

Вариант 18

К каждому заданию первой части предлагается пять вариантов ответа. Выберите верный, по вашему мнению, ответ и результаты сведите в такую таблицу:

Зада ние	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Отв ет	A	A	C	B	—	D	C	E	—	D

Правильный выбор оценивается в 1 балл; за неправильный выбор снимается 0,2 балла.

Прочерк означает отказ от выбора (0 баллов).

Вторая часть состоит из шести заданий, к каждому из которых надо дать полное решение и ответ. Правильно решенное задание второй части оценивается в 2 балла.

Максимальная оценка – 22 балла. Зачетный минимум – 12 баллов.

Часть 1

1. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{vmatrix}.$$

(A) 2; (B) 3; (C) 1; (D) 4; (E) 5.

2. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & -a & 1 \\ a & 1 & -1 \end{vmatrix}$ равен (A) $a^3 - 3a$; (B) $a^3 + 3a$; (C) $-a^3 + 3a$; (D) $-a^3 - 3a$;

(E) $3a^3 + 3a$.

3. Матрица $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 5 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, где E – единичная матрица размера 3×3 , удовлетворяет уравнению

(A) $A^2 = 5E$; (B) $A^2 + 4A - 3E = 0$; (C) $A^3 = 25E$; (D) $A^2 - A + 5E = 0$; (E) $A^2 + 3E = 0$.

4. Элемент a_{34} матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 2 & -3 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1}$ равен (A) 0; (B) $\frac{13}{2}$; (C) $-\frac{7}{2}$; (D) $-\frac{13}{2}$; (E) $\frac{7}{2}$.

5. При каком значении a система $\begin{cases} x_1 + |a| x_2 = 3, \\ x_1 + 2x_2 = a + 1 \end{cases}$ является неопределенной?

(A) $a = -2$; (B) $a = 0$; (C) $a = 1$; (D) $a = -1$; (E) $a = 2$.

6. Значение выражения $3x_1 + x_4$, где x_1 и x_4 – решения системы
$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_3 + 3x_4 = -1, \\ x_1 - 2x_2 + 7x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_3 - 2x_4 = 1, \end{cases}$$
 равно (A) 1; (B) 0; (C) 2; (D) 3; (E) произвольной постоянной.

7. Основанием перпендикуляра, опущенного из точки $A(0, 3)$ на прямую $y = x + 1$, является точка с координатами (A) (2, 1); (B) (4, -1); (C) (-1, 4); (D) (1, 2); (E) (0, -3).

8. Треугольник ABC с вершинами $A(3, 5)$, $B(-1, 2)$, $C(7, -4)$ является (A) остроугольным; (B) тупоугольным; (C) прямоугольным; (D) равнобедренным; (E) равносторонним.

9. Эксцентриситет гиперболы $\frac{x^2}{4a^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$ равен (A) $\sqrt{5}$; (B) 2; (C) $5/4$; (D) $5/2$; (E) $\sqrt{5}/2$.

10. Составьте уравнение параболы, которая симметрична относительно оси ординат, ее фокус находится в точке $(0, 3)$, а вершина совпадает с началом координат.

(A) $x^2 = 12y$; (B) $x^2 = -12y$; (C) $x^2 = 6y$ или $x^2 = -6y$; (D) $x^2 = 12y$ или $x^2 = -12y$; (E) $x^2 = 3y$ или $x^2 = -3y$.

Часть 2

1. Заданы матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите определитель матрицы $2A - 3B$.

2. При каком значении a система $\begin{cases} ax_1 + 2x_2 = a + 1, \\ 4x_1 + (a + 2)x_2 = 3 \end{cases}$ является несовместной?

3. Известно, что $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 2x + 3y \\ 5x + 7y \end{pmatrix}$ при всех x и y . Найдите матрицу A и обратную матрицу A^{-1} .

4. Найдите длину наибольшей стороны треугольника ABC с вершинами $A(-3, -5)$, $B(1, -2)$, $C(-7, 4)$.

5. Одно из оснований трапеции лежит на прямой, уравнение которой $2x - 3y + 5 = 0$, а средняя линия лежит на прямой, заданной уравнением $4x - 6y + 1 = 0$. Составьте уравнение прямой, на которой лежит второе основание трапеции.

6. Найдите уравнение директрисы параболы $y^2 + 12x - 2y + 25 = 0$.